



Concours d'entrée - IG
Examen de Mathématiques

09 Septembre 2025

(Barème/80)

Durée : 2 heures

N.B : Toutes les questions sont obligatoires.

Question 1. (16 points)

Le tableau ci-dessous représente la quantité demandée y_i d'un article, en milliers d'objets, en fonction du prix unitaire x_i exprimé en centaines de dollars.

Prix unitaire x_i (en centaines de dollars) :	3,5	4	4,5	5	5,5	6
Quantité demandée y_i (en milliers des objets) :	140	120	100	95	85	70

- 1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à la série statistique (x_i, y_i) .
- 2) Calculer les coordonnées du centre de gravité $G(\bar{X}, \bar{Y})$ et placer le dans le même repère.
- 3) Calculer le coefficient de corrélation r . Interpréter le résultat obtenu.
- 4) Ecrire une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$, puis tracer cette droite dans le même repère.
- 5) On suppose que ce modèle reste valable jusqu'à le prix de 1500 dollars.
 - a- Estimer la quantité demandée de cet article pour un prix unitaire de 700 dollars.
 - b- Calculer le pourcentage de diminution de la quantité demandée lorsque le prix unitaire varie de 500 dollars à 700 dollars.
 - c- A partir de quel prix unitaire la quantité demandée sera inférieure ou égale à 40000 objets ?
- 6) a- Vérifier que l'élasticité de demande est $E(x) = \frac{-26,28 x}{-26,28 x + 226,52}$
 - b- Calculer $E(5)$. La demande est-elle élastique lorsque le prix unitaire est de 500 dollars ? Interpréter le résultat obtenu.

Question 2. (16 points)

Dans le tableau suivant une seule réponse parmi les réponses proposées à chaque question est correcte. Ecrire le numéro de chaque question et donner, **en justifiant**, la réponse qui lui correspond.

N°	Questions	Réponses		
		A	B	C
1	$\ln(7^3) + \ln(7e^9) + 4 \ln \frac{1}{7} - e^{2 \ln 3} =$	0	7	e
2	$\lim_{x \rightarrow \sqrt{e}} \frac{\ln(x^2) - 1}{x^2 - e} =$	$\frac{1}{e^2}$	$\frac{1}{e}$	$\frac{1}{\sqrt{e}}$
3	Si $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$, alors $f'(x) =$	$\frac{1}{e^x + 1}$	$\frac{-1}{e^{-x} + 1}$	$\frac{-1}{e^x + 1}$
4	Le domaine de définition de la fonction h définie par $h(x) = \ln(e^x - e) + \frac{1}{x-2}$ est :	$]e; +\infty[$	$]1; 2[\cup]2; +\infty[$	$]1; +\infty[$

Question 3. (16 points)

Dans une usine, deux machines, A et B, sont employées dans le processus de production. Les articles produits sont classés en trois catégories : normaux, défectueux et réparés.

- 80% de la production est normal dont 70% provient de la machine A.
- 10% de la production est défectueuse dont 80% provient de la machine A.
- 65% de la production provient de la machine A.

On choisit un article au hasard de la production. On considère les événements suivants :

N : « L'article choisi est normal »

D : « L'article choisi est défectueux »

R : « L'article choisi est réparé »

A : « L'article choisi provient de la machine A ».

1) a- Calculer $P(R)$, $P(N \cap A)$ et $P(D \cap A)$.

b- Dédurre $P(R \cap A)$ et vérifier que $P(A/R) = 0,1$.

2) L'article choisi provient de la machine B. Quelle est la probabilité qu'il soit défectueux?

3) Calculer la probabilité que l'article choisit soit non normal ou provient de la machine B.

4) Dans cette partie, on suppose que le nombre d'articles produits dans l'usine est 200.

On tire trois articles au hasard et simultanément parmi les 200 articles

Calculer la probabilité de l'événement E : « Aucune des trois articles est normal, au moins un article est défectueux et au moins un article est réparé ».

Question 4. (32 points)

Partie A :

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = 2x + e^{-2x+1}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(4)$.

2) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, puis montrer que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est une asymptote à (C).

b- Montrer que (D) est au-dessous de (C).

3) Calculer $f'(x)$, puis dresser le tableau de variation de f .

4) Tracer (D) et (C).

5) L'équation $f(x) = 4$ admet une solution unique α . Vérifier que $1,97 < \alpha < 1,99$.

Partie B : On suppose dans ce qui suit que $\alpha = 1,98$.

Une usine fabrique x centaines d'objets tels que $0 < x \leq 10$. Le coût total de production, exprimé en millions LL, est donné par : $C_T(x) = 2x^2 + xe^{-2x+1}$.

1) a- Déterminer, en fonction de x , le coût marginal $C_m(x)$.

b- Calculer $C_m(0,5)$ et donner une interprétation économique à la valeur ainsi trouvée.

2) a- Montrer que le coût moyen est donné par $C_M(x) = f(x)$.

b- Pour quelle quantité produite le coût moyen est-il minimal ? Quel est ce coût moyen minimal ?

3) La fonction profit, en fonction de x , est donnée par : $P(x) = 4x - 2x^2 - xe^{-2x+1}$.

a- Déterminer, en fonction de x , la fonction revenue $R(x)$ et déduire le prix de vente d'un objet, si 80% de la production totale est vendue.

b- Montrer que $P(x) = x[4 - C_M(x)]$.

c- Dédurre le nombre d'objets à vendre pour que l'usine réalise un gain nul.